



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)»**

**Кафедра «Технология производства и эксплуатации двигателей
летательных аппаратов»**

**Домашняя работа по дисциплине
«Соппротивление материалов»**

на тему: «Расчет на прочность и жесткость при простейших видах
деформации»

Вариант 17

выполнил: Вечерин Г.И.
группа: Т12О-206Б-21

(подпись)

проверил: Кайков К.В.

(подпись)

Москва 2023

Содержание

Расчеты на прочность и жесткость ступенчатого стержня при
растяжении-сжатии

Задача 1.....3

Расчеты на прочность и жесткость стального вала при кручении

Задача 2.....10

Расчеты на прочность и жесткость прямолинейной стальной балки при
плоском изгибе

Задача 3.....17

Расчеты на прочность и жесткость ступенчатого стержня при растяжении-сжатии

Задача 1

Дано:

$$P_1 = -20 \text{ кН}$$

$$P_2 = 40 \text{ кН}$$

$$P_3 = 30 \text{ кН}$$

$$L_1 = 12 \text{ см}$$

$$L_2 = 22 \text{ см}$$

$$L_3 = 15 \text{ см} *$$

$$L_4 = 10 \text{ см}$$

$$L_5 = 14 \text{ см}$$

$$L_6 = 24 \text{ см}$$

В связи с проблемой, возникшей в расчетах участка 4, было принято решение изменить заданную длину L_3 .

- $L_3 = 18 \text{ см}$

Материал: Д1Т

$$\sigma_T = 250 \text{ МПа}$$

$$E = 0,71 * 10^5 \text{ МПа}$$

$$n = 1,9$$

$$m = 0,5$$

Найти: d_1, d_2, d_3, d_4, D, t .

Решение

1. Построим эпюру распределения нормальных усилий N по длине стержня:

$$N_1 = P_1 + P_2 + P_3 = -20 + 40 + 30 = 50 \text{ кН}$$

$$N_{2,3} = P_2 + P_3 = 40 + 30 = 70 \text{ кН}$$

$$N_{4,5,6} = P_3 = 30 \text{ кН}$$

2. Подберём диаметры сечений из условия прочности по заданным σ_T и $[n]$:

Условие прочности при одноосном растяжении/сжатии (ОРС):

$$\sigma_i = \frac{N}{F} \leq [\sigma]$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{250}{1,9} = 131,579 \text{ МПа}$$

Из условия прочности можно определить любой диаметр (i – номер участка):

$$\sigma_i = \frac{N_i}{F_i}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{50 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{63661,977}{d_1^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{70 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{89126,768}{d_1^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{70 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} = \frac{89126,768}{d_2^2}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{F_4} = \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} = \frac{38197,186}{d_2^2}$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{F_5} = \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4} - \frac{\pi \cdot d_4^2}{4}} = \frac{38197,186}{d_2^2 - d_4^2}$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{F_6} = \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_3^2}{4} - \frac{\pi \cdot d_4^2}{4}} = \frac{38197,186}{d_3^2 - m^2 \cdot d_3^2} = \frac{38197,186}{d_3^2 \cdot (1 - m^2)}$$

d_1 будем определять из участка 2, т.к. $\sigma_2 > \sigma_1$

$$\sigma_2 = \frac{89126,768}{d_1^2} \leq [\sigma]$$

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{89126,768}{[\sigma]}} d_1 \geq \sqrt{\frac{89126,768}{131,579 * 10^6}} d_1 \geq 0,026026 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow d_1 = 28 \text{ мм}$

d_3 будем определять из участка 6

$$\sigma_6 = \frac{38197,186}{d_3^2 * (1 - m^2)} \leq [\sigma]$$

$$d_3 \geq \sqrt{\frac{38197,186}{(1 - m^2) * [\sigma]}} d_3 \geq \sqrt{\frac{38197,186}{(1 - 0,5^2) * 131,579 * 10^6}}$$

$$d_3 \geq 0,01967 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow d_3 = 20 \text{ мм}$

$$d_4 = 0,5 * d_3 = 0,5 * 0,01967 = 0,009836 \text{ м} \approx 10 \text{ мм}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow d_4 = 10 \text{ мм}$

d_2 будем определять из участка 3, т.к. $\sigma_3 > \sigma_4$ и $\sigma_3 > \sigma_5$

$$\sigma_3 = \frac{89126,768}{d_2^2} \leq [\sigma]$$

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{89126,768}{[\sigma]}} d_2 \geq \sqrt{\frac{89126,768}{131,579 * 10^6}} d_2 \geq 0,026026 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow d_2 = 27 \text{ мм}$

Таким образом имеем следующие диаметры:

$$d_1 = 27 \text{ мм}; d_2 = 27 \text{ мм}; d_3 = 20 \text{ мм}; d_4 = 10 \text{ мм}.$$

3. Построим эпюру нормальных напряжений по длине стержня.

Рассчитаем величины нормальных напряжений по формуле:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{F_i}$$

где N_i – продольное усилие, возникающее в поперечных сечениях на i - том участке,

F_i – площадь поперечного сечения на i - том участке.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{50 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{63661,977}{d_1^2} = \frac{63661,977}{0,027^2} = 87,3 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{70 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{89126,768}{d_1^2} = \frac{89126,768}{0,027^2} = 122,3 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{70 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} = \frac{89126,768}{d_2^2} = \frac{89126,768}{0,027^2} = 122,3 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{F_4} = \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} = \frac{38197,186}{d_2^2} = \frac{38197,186}{0,027^2} = 52,4 \text{ МПа}$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{F_5} = \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4} - \frac{\pi \cdot d_4^2}{4}} = \frac{38197,186}{d_2^2 - m^2 \cdot d_3^2} = \frac{38197,186}{0,026^2 - 0,5^2 \cdot 0,02^2}$$

$$\sigma_5 = 60,7 \text{ МПа}$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{F_6} = \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d_3^2}{4} - \frac{\pi \cdot d_4^2}{4}} = \frac{38197,186}{d_3^2 - m^2 \cdot d_3^2} = \frac{38197,186}{0,02^2 - 0,5^2 \cdot 0,02^2}$$

$$\sigma_6 = 127,3 \text{ МПа}$$

4. Строим эпюру осевых перемещений по длине стержня.

Используя закон Гука при растяжении, рассчитаем осевые перемещения поперечных сечений по длине стержня относительно верхнего сечения:

$$\Delta l_i = \Delta l_{i-1} \pm \frac{\sigma_i * l_i}{E}$$

где i – номер участка

$$\Delta l_0 = 0$$

$$\Delta l_1 = \Delta l_0 + \frac{\sigma_1 * l_1}{E} = 0 + \frac{87,3 * 10^6 * 0,1}{0,71 * 10^5 * 10^6} = 1,23 * 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 + \frac{\sigma_2 * l_2}{E} = 1,23 * 10^{-4} + \frac{122,3 * 10^6 * 0,02}{0,71 * 10^5 * 10^6} = 1,57 * 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta l_3 = \Delta l_2 + \frac{\sigma_3 * l_3}{E} = 1,57 * 10^{-4} + \frac{122,3 * 10^6 * 0,14}{0,71 * 10^5 * 10^6} = 3,98 * 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta l_4 = \Delta l_3 + \sigma_4 * l_4 + \frac{\dot{c}}{E} = 3,98 * 10^{-4} + \frac{52,4 * 10^6 * 0,02}{0,71 * 10^5 * 10^6} = 4,13 * 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta l_5 = \Delta l_4 - \frac{\sigma_5 * l_5}{E} = 4,13 * 10^{-4} + \frac{60,7 * 10^6 * 0,09}{0,71 * 10^5 * 10^6} = 4,65 * 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta l_6 = \Delta l_5 - \frac{\sigma_6 * l_6}{E} = 4,65 * 10^{-4} + \frac{127,3 * 10^6 * 0,15}{0,71 * 10^5 * 10^6} = 7,87 * 10^{-4} \text{ м}$$

5. Из условия прочности на срез и смятие определяем необходимую толщину t и диаметр D головки стержня, если для материала стержня

$$[\tau] = (0,5 \div 0,6)[\sigma]$$

$$[\sigma_{см}] = 2[\sigma] = 263,158 \text{ МПа}$$

Из условия прочности на срез определим необходимую толщину головки стержня.

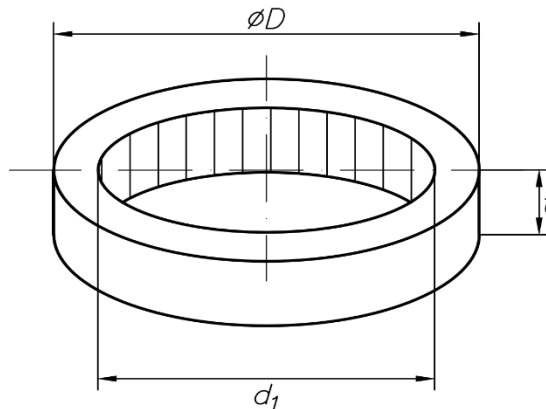
$$[\tau] = 0,5 * 131,579 * 10^6 = 65,789 \text{ МПа}$$

Т.к. головка стержня имеет форму кольца, то $F_{ср} = \pi * d_1 * t$

$$\tau_{max} = \frac{Q_{ср}}{F_{ср}} \leq [\tau]$$

$$t \geq \frac{N_1}{\pi * d_1 * [\tau]} \quad t \geq \frac{50 * 10^3}{\pi * 0,027 * 65,789 * 10^6} \quad t \geq 0,00896 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow t = 9 \text{ мм}$



Из условия смятия определим необходимый диаметр головки стержня.

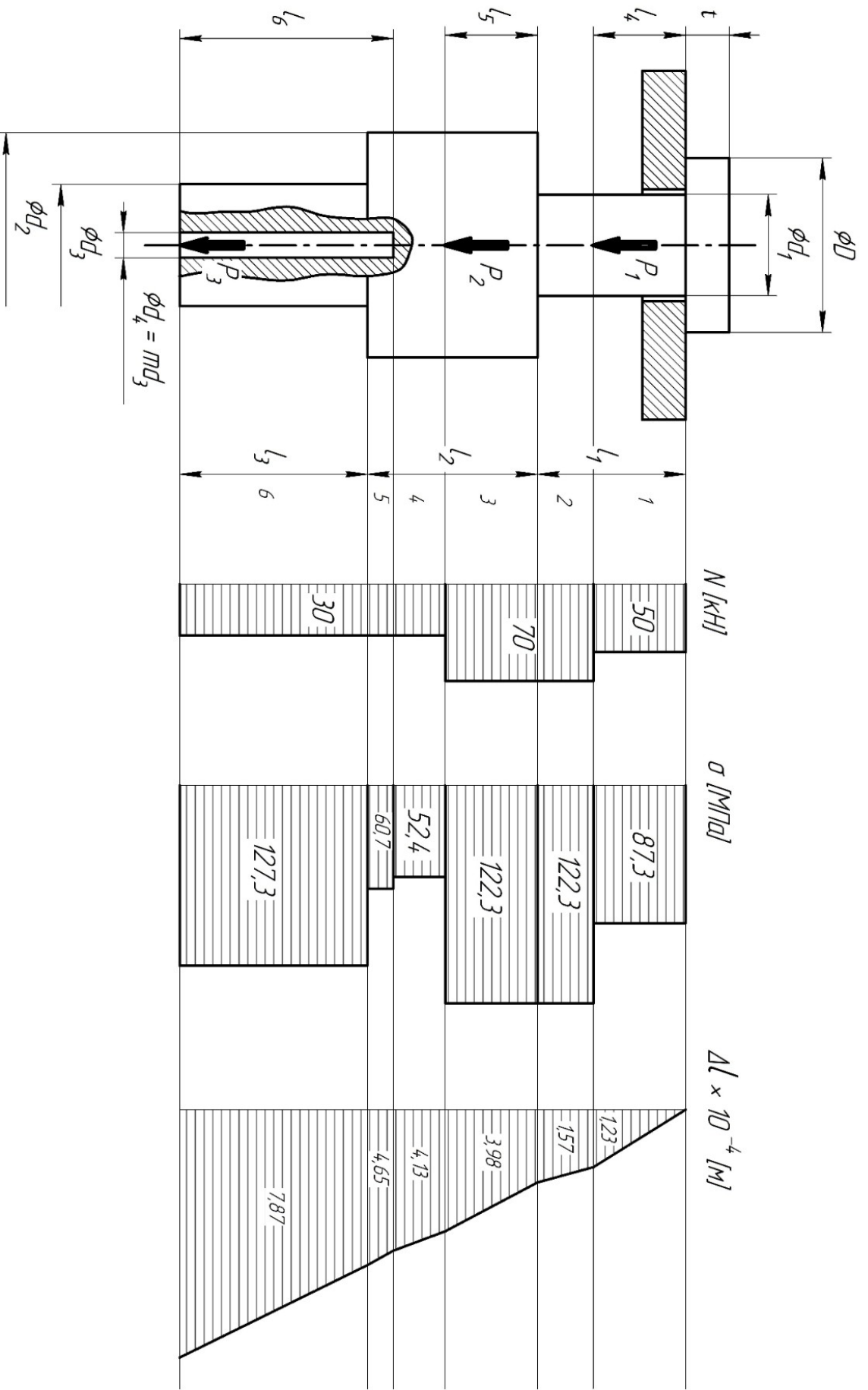
$$\sigma_{см} = \frac{N_{см}}{F_{см}} \leq [\sigma_{см}],$$

$$\text{где } N_{см} = N_1 \text{ и } F_{см} = \frac{\pi * D^2}{4} - \frac{\pi * d_1^2}{4}$$

$$\sigma_{см} = \frac{N_1}{\frac{\pi * D^2}{4} - \frac{\pi * d_1^2}{4}}$$

$$D \geq \sqrt{\frac{N_1 * 4}{\pi * \sigma_{см}} + d_1^2} \quad D \geq \sqrt{\frac{50 * 10^3 * 4}{\pi * 263,158 * 10^6} + 0,027^2} \quad D \geq 0,031 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow D = 32 \text{ мм}$



Расчеты на прочность и жесткость стального вала при кручении

Задача 2

Дано:

$$M_1 = 2000 \text{ Нм}$$

$$M_2 = 400 \text{ Нм}$$

$$M_3 = 800 \text{ Нм}$$

$$M_4 = 1800 \text{ Нм}$$

$$M_5 = 900 \text{ Нм}$$

$$L_1 = 50 \text{ см}$$

$$L_2 = 30 \text{ см}$$

$$L_3 = 30 \text{ см}$$

$$L_4 = 30 \text{ см}$$

$$\omega = 95 \frac{1}{\text{сек}}$$

$$D/d = 1,6$$

$$K = 6$$

Найти: $N_{\text{вед}}$, d , d_k , D_k , d_b , n

Решение

1. Для гладкого вала, вращающегося с заданной угловой скоростью ω , из условия прочности по заданным значениям нагрузочных моментов (M_i) определяем рациональное расположение ведущего шкива приводного двигателя и передаваемую им мощность ($N_{вед}$), а также строим эпюру крутящих моментов, возникающих в поперечном сечении вала. (Под $M_{вед}$ понимается уравнивающий момент ведущего шкива)

$$M_{вед} = \sum M_i = 5900 \text{ Нм}$$

Рациональное расположение ведущего шкива приводного двигателя при условии равенства моментов слева и справа (или наиболее малая разница между моментами $M_{вед}$ между M_3 и M_4 .

$$\text{Слева: } M_{л} = M_1 + M_2 + M_3 = 2000 + 400 + 800 = 3200 \text{ Нм}$$

$$\text{Справа: } M_{п} = M_4 + M_5 = 1800 + 900 = 2700 \text{ Нм}$$

Рассчитаем мощность:

$$N_{вед} = M_{вед} * \omega = 5900 * 95 = 560,5 \text{ кВт}$$

2. Подбираем из условия прочности по допускаемым напряжениям диаметр сплошного гладкого вала, если $[\tau] = 80 \text{ МПа}$:

$$\tau_{max} = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau]$$

$M_{кр}$ – опасный участок = 3200 Н · м.

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{M_{кр}}{[\tau]}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 * M_{кр}}{[\tau] * \pi}} \geq \sqrt[3]{\frac{16 * 3200}{80 * 10^6 * \pi}} \geq 0,05884 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow d = 60 \text{ мм}$

3. Строим эпюру угловых перемещений по длине вала относительно левого концевое сечения ($G = 8 \cdot 10^4$ МПа):

$$\varphi = \frac{M_k \cdot l}{G \cdot I_\rho}$$

Для сплошного вала круглого сечения (полярный момент инерции)

$$I_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 0,06^4}{32} = 1,27 \cdot 10^{-6}$$

Считаем угловые перемещения для участков вала:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} \pm \frac{M_i \cdot l_i}{G \cdot I_\rho}$$

$$\varphi = 0$$

$$\varphi_1 = \frac{M_1 \cdot l_1}{G \cdot I_\rho} = 0 + \frac{2000 \cdot 0,5}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}} = 98 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{M_2 \cdot l_2}{G \cdot I_\rho} = 98 \cdot 10^{-4} + \frac{400 \cdot 0,3}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}}$$

$$\varphi_2 = 110 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \frac{M_3 \cdot l_3}{G \cdot I_\rho} = 110 \cdot 10^{-4} + \frac{800 \cdot 0,15}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}}$$

$$\varphi_3 = 122 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 - \frac{M_4 \cdot l_3}{G \cdot I_\rho} = 122 \cdot 10^{-4} - \frac{1800 \cdot 0,15}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}}$$

$$\varphi_4 = 95,3 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 - \frac{M_5 \cdot l_4}{G \cdot I_\rho} = 95 \cdot 10^{-4} - \frac{900 \cdot 0,3}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1,27 \cdot 10^{-6}}$$

$$\varphi_5 = 68,8 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

4. Подбираем, исходя из условия прочности по допускаемым напряжениям поперечные размеры гладкого вала кольцевого сечения с ориентировочным соотношением диаметров D/d заданным вариантом задания:

$$\frac{D}{d_{\text{внутр}}} = 1,6 = \frac{d_{\text{внутр}}}{D} = 0,625 = \alpha$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4)$$

$$M_{\text{кр}}^{\text{раст}} = 3200 \text{ Нм}$$

$\alpha = \frac{d}{D}$ – коэффициент полноты сечения

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_{\rho}}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{16 M_{\text{кр}}}{\pi [\tau] (1 - \alpha^4)}} \geq \sqrt[3]{\frac{16 * 3200}{\pi * 80 * 10^6 * (1 - 0,625^4)}} \geq 0,06218 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow D = 63 \text{ мм}$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow d_{\text{внутр}} = 40 \text{ мм}$

5. Построим эпюры распределения касательных напряжений в опасных сечениях сплошного и кольцевого валов.

Касательное напряжение определяется по формуле:

$$\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{I_{\rho}} \rho \qquad \tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}}{I_{\rho}} R_{\text{max}} = \frac{d}{2}$$

Для сплошного вала:

$$I_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{16 M_{\text{кр}}}{\pi d^3} = \frac{16 * 3200}{\pi * 0,06^3} = 75,45 \text{ МПа}$$

Распределение касательных напряжений по радиусу линейное от 0 в центре вала до максимума на внешнем радиусе.

Для кольцевого вала:

$$I_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4)$$

Подставляя полученные значения $M_{кр}$, D , и $d_{внутр}$ для гладкого кольцевого вала получаем:

$$\tau_{max} = \frac{16 * 3200}{\pi * 0,063^3 * (1 - 0,625^4)} = 76,9 \text{ МПа}$$

$$\tau_{min} = \tau_{max} * \alpha = 76,9 * 0,625 = 48,1 \text{ МПа}$$

6. Для фланцевого соединения на опасном участке определяем диаметр стальных болтов из условия прочности на срез, если $[\tau]_{\sigma} = 100 \text{ МПа}$.

По условию прочности на срез:

$$\tau_{ср} = \frac{T}{F_{\sigma}} \leq [\tau]_{\sigma}$$

$$F_{\sigma} = \frac{\pi d_{\sigma}^2}{4}$$

Крутящий момент:

$$\frac{1}{6} M_{кр} = T \frac{3d}{2} \rightarrow T = \frac{2 M_{кр}}{18d} = \frac{M_{кр}}{9d}$$

Отсюда находим диаметр болта:

$$d_{\sigma} = \sqrt{\frac{4 M_{кр}}{9 d \pi [\tau]_{\sigma}}} d_{\sigma} \leq \sqrt{\frac{4 * 3200}{9 * 0,06 * \pi * 100 * 10^6}} d_{\sigma} \leq 0,008686 \text{ м}$$

По ГОСТу 6636-69 $\rightarrow d_{\sigma} = 8 \text{ мм}$

7. Производим сравнение весов валов, подобранных по условиям п.2 и 4.

Для сравнения весов валов сплошного и кольцевого сечений достаточно сравнить площади поперечных сечений (считаем, что материал одинаковый и плотность одинаковая).

Сечения валов:

Сплошной вал:

$$F_{\text{спл}} = \frac{\pi * d^2}{4} = \frac{\pi * 0,06^4}{4} = 0,0028 \text{ м}^2$$

Кольцевой вал:

$$F_{\text{к}} = \frac{\pi * D^2}{4} - \frac{\pi * d^2}{4} = \frac{\pi * (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi * (0,063^2 - 0,04^2)}{4}$$

$$F_{\text{к}} = 0,00186 \text{ м}^2$$

При одной плотности ρ и длине L вес валов:

$$P_{\text{спл}} = \rho * L * F_{\text{спл}}$$

$$P_{\text{к}} = \rho * L * F_{\text{к}}$$

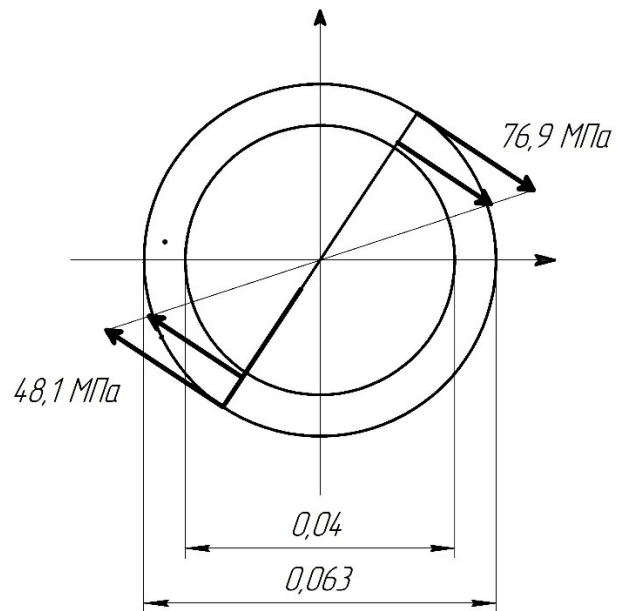
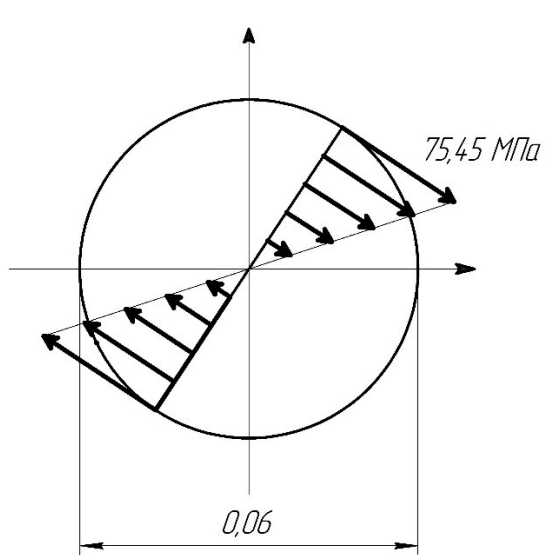
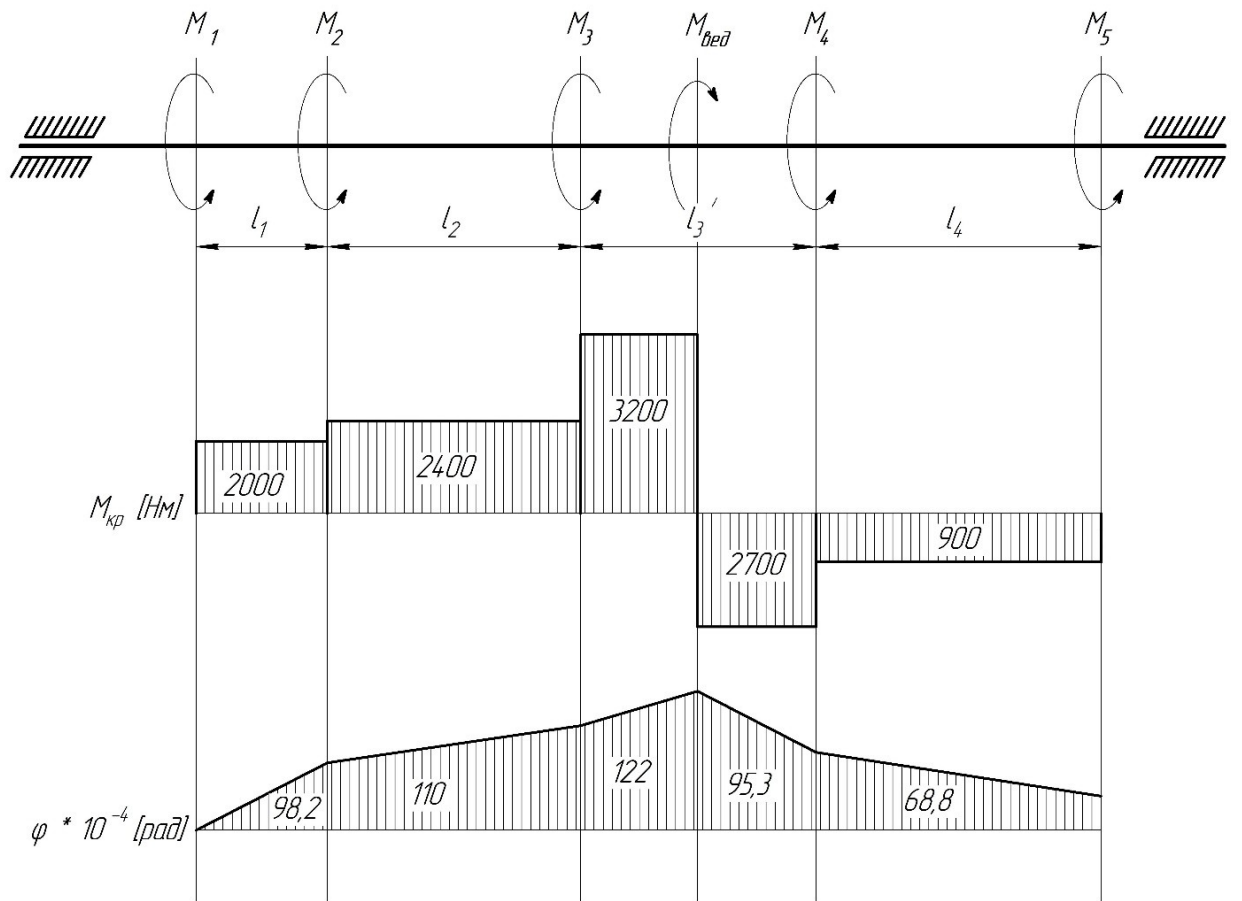
Отношение веса:

$$n = \frac{P_{\text{спл}}}{P_{\text{к}}} = \frac{\rho * L * F_{\text{спл}}}{\rho * L * F_{\text{к}}} = \frac{0,0028}{0,00186} = 1,5$$

Кольцевой вал в 1,5 раз легче сплошного при одинаковой прочности на кручение

Ответ:

$$N_{\text{вед}} = 560,5 \text{ кВт}; d = 60 \text{ мм}; d_{\text{к}} = 40 \text{ мм}; D_{\text{к}} = 63 \text{ мм}; d_{\text{б}} = 8 \text{ мм}; n = 1,5$$



Расчеты на прочность и жесткость прямолинейной стальной балки при плоском изгибе

Задача 3

Дано:

$$M = 26 \text{ кНм}$$

$$P = 48 \text{ кН}$$

$$q = 19 \text{ кН/м}$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 2$$

$$\gamma = 4$$

$$l = 1,5 \text{ м}$$

$$m = 1,1 \text{ м}$$

$$k = 0,5 \text{ м}$$

$$p = 0,3 \text{ м}$$

Эпюры: Серия №8

Решение

1. Для балок 1-4 строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, возникающих в поперечных сечениях

Для вычисления реакции в заделке составим уравнения равновесия.

Заменяем заделку реакциями M_0 , R_x и R_y . Из схемы нагружения видно, что $R_x = 0$, для M и R_y составляем уравнения равновесия. Для консольной балки реакции опоры определяются однозначно:

$$\sum P_i = 0$$

$$R_A - P - q * 0,5 = 0$$

$$R_A - 48 - 19 * 0,5 = 0$$

$$R_A = 57,5 \text{ кН}$$

$$\sum M_i = 0$$

$$-M_A + M + q * 0,5 * 1,25 + P * 1,5 = 0$$

$$-M_A + 26 + 19 * 0,5 * 1,25 + 48 * 1,5 = 0$$

$$M_A = 109,875 \text{ кНм}$$

Проверка $\sum P_y = 0$:

$$-P - q * 0,5 + R_A = -48 - 19 * 0,5 + 57,5 = 0 \rightarrow \text{верно}$$

Определим Q и M на каждом участке:

$$1) 0 \leq x \leq 1$$

$$Q_y(x) = R_A$$

$$Q_y(0) = 57,5 \text{ кН}$$

$$Q_y(1) = 57,5 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = R_A * x - M_A = 57,5 * x - 109,875$$

$$M_z(0) = -109,875$$

$$M_z(1) = 57,5 * 1 - 109,875 = -52,375 \text{ кНм} \approx -52,4 \text{ кНм}$$

$$2) 1 \leq x \leq 1,1$$

$$Q_y(x) = R_A - q * (x - 1)$$

$$Q_y(1) = 57,5 - 19 * (1 - 1) = 57,5 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,1) = 57,5 - 19 * (1,1 - 1) = 55,6 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = -M_A + R_A * x - \frac{q * (x - 1)^2}{2}$$

$$M_z(1) = -109,875 + 57,5 * 1 - \frac{19 * (1 - 1)^2}{2} = -52,375 \text{ кНм} \approx -52,4 \text{ кНм}$$

$$M_z(1,1) = -109,875 + 57,5 * 1,1 - \frac{19 * (1,1 - 1)^2}{2} = -46,72 \text{ кНм}$$

3) $1,1 \leq x \leq 1,5$

$$Q_y(x) = P + q * (1,5 - x)$$

$$Q_y(1,1) = 48 + 19 * (1,5 - 1,1) = 55,6 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,5) = 48 + 19 * (1,5 - 1,5) = 48 \text{ кН}$$

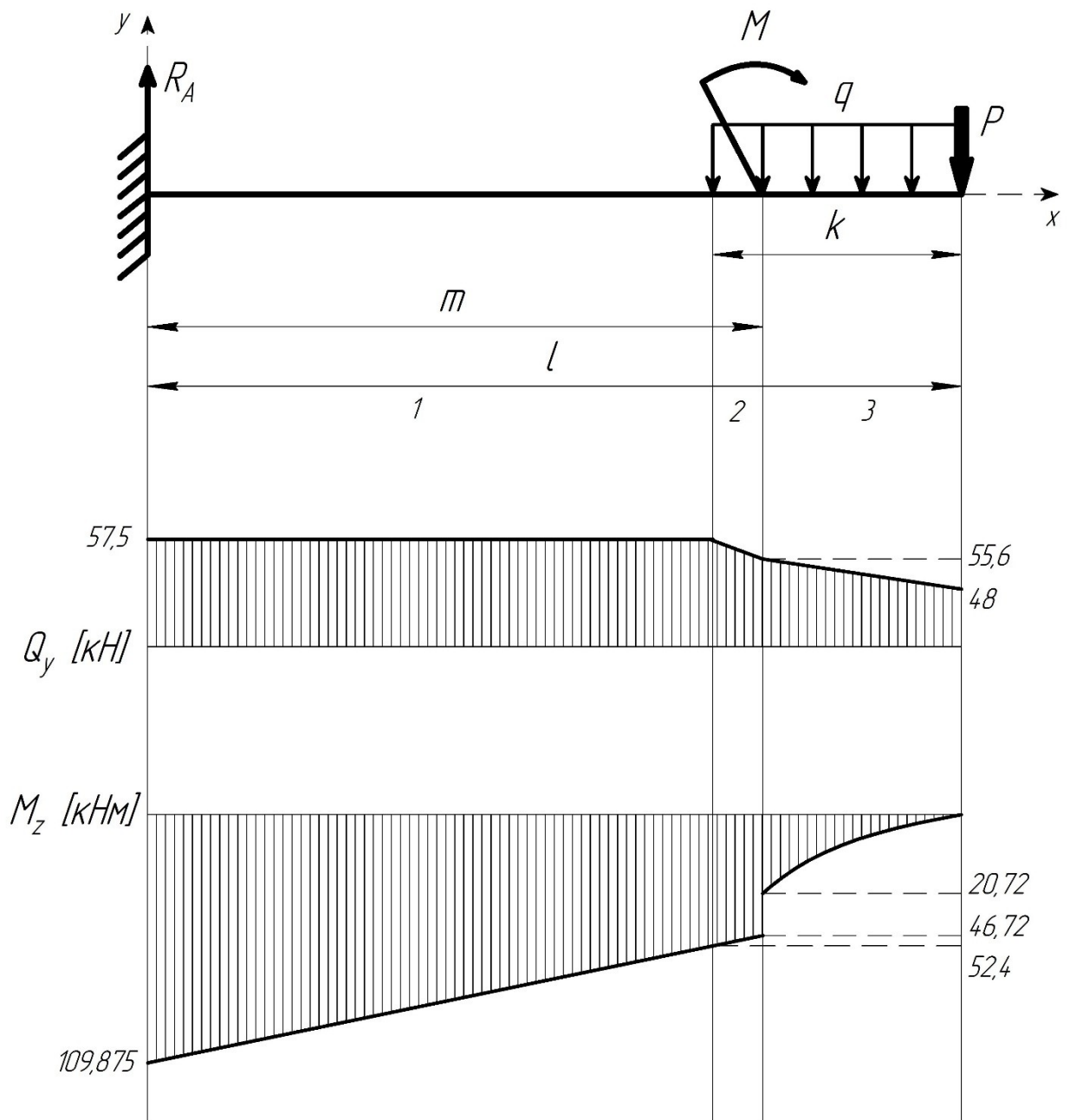
$$M_z(x) = -P * (1,5 - x) - \frac{q * (1,5 - x)^2}{2}$$

$$M_z(1,1) = -48 * (1,5 - 1,1) - \frac{19 * (1,5 - 1,1)^2}{2} = -20,72 \text{ кНм}$$

$$M_z(1,5) = -48 * (1,5 - 1,5) - \frac{19 * (1,5 - 1,5)^2}{2} = 0 \text{ кНм}$$

На основе полученных данных построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов:

Балка 1:



1.2. Для вычисления реакции опор составим уравнения равновесия:

$$\sum m^{(A)}=0$$

$$-q*1,5*0,75 - M + q*1,5*2,25 - P*2,7 + R_B*3=0$$

$$-19*1,5*0,75 - 26 + 19*1,5*2,25 - 48*2,7 + R_B*3=0$$

$$R_B \approx 37,62 \text{ кН}$$

$$\sum m^{(B)}=0$$

$$P*0,3 - q*1,5*0,75 - M + q*1,5*2,25 + R_A*3=0$$

$$48*0,3 - 19*1,5*0,75 - 26 + 19*1,5*2,25 - R_A*3=0$$

$$R_A \approx 10,38 \text{ кН}$$

Проверка $\sum P_y=0$:

$$-R_A + q*1,5 - q*1,5 + P - R_B = -10,38 + 19*1,5 - 19*1,5 + 48 - 37,62 = 0 \rightarrow \text{верно.}$$

Определим Q и M на каждом участке:

$$1) 0 \leq x \leq 1,1$$

$$Q_y(x) = -R_A + qx$$

$$Q_y(0) = -10,38 + 19*0 = -10,38 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,1) = -10,38 + 19*1,1 = 10,52 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = -R_A*x + \frac{q*x^2}{2}$$

$$M_z(0) = -10,38*0 + \frac{19*0^2}{2} = 0 \text{ кНм}$$

$$M_z(1,1) = -10,38*1,1 + \frac{19*1,1^2}{2} = 0,077 \text{ кНм}$$

Найдем вершину параболы

$$Q_y(x) = 0 \rightarrow -R_A + qx = 0$$

$$-10,38 + 19x = 0$$

$$x = 0,546 \rightarrow M_z(0,546) \approx -2,8 \text{ кНм}$$

2) $1,1 \leq x \leq 1,5$

$$Q_y(x) = -R_A + qx$$

$$Q_y(1,1) = -10,38 + 19 * 1,1 = 10,52 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,5) = -10,38 + 19 * 1,5 = 18,12 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = -R_A * x + \frac{q * x^2}{2} - M$$

$$M_z(1,1) = -10,38 * 1,1 + \frac{19 * 1,1^2}{2} - 26 = -25,92 \text{ кНм}$$

$$M_z(1,5) = -10,38 * 1,5 + \frac{19 * 1,5^2}{2} - 26 \approx -20,2 \text{ кНм}$$

3) $1,5 \leq x \leq 2,7$

$$Q_y(x) = R_B - P + q * (3 - x)$$

$$Q_y(1,5) = 37,62 - 48 + 19 * (3 - 1,5) = 18,12 \text{ кН}$$

$$Q_y(2,7) = 37,62 - 48 + 19 * (3 - 2,7) = -4,68 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = -R_B * (3 - x) + P * (2,7 - x) - \frac{q * (3 - x)^2}{2}$$

$$M_z(1,5) = -37,62 * (3 - 1,5) + 48 * (2,7 - 1,5) - \frac{19 * (3 - 1,5)^2}{2}$$

$$M_z(1,5) \approx -20,2 \text{ кНм}$$

$$M_z(2,7) = -37,62 * (3 - 2,7) + 48 * (2,7 - 2,7) - \frac{19 * (3 - 2,7)^2}{2}$$

$$M_z(2,7) = -12,14 \text{ кНм}$$

Найдем вершину параболы

$$Q_y(x)=0 \rightarrow R_B - P + q*(3-x)=0$$

$$37,62 - 48 + 57 - 19x = 0$$

$$x = 2,45 \rightarrow M_z(2,45) \approx -11,6 \text{ кНм}$$

$$4) 2,7 \leq x \leq 3$$

$$Q_y(x) = R_B + q*(3-x)$$

$$Q_y(2,7) = 37,62 + 19*(3-2,7) = 43,32 \text{ кН}$$

$$Q_y(3) = 37,62 + 19*(3-3) = 37,62 \text{ кН}$$

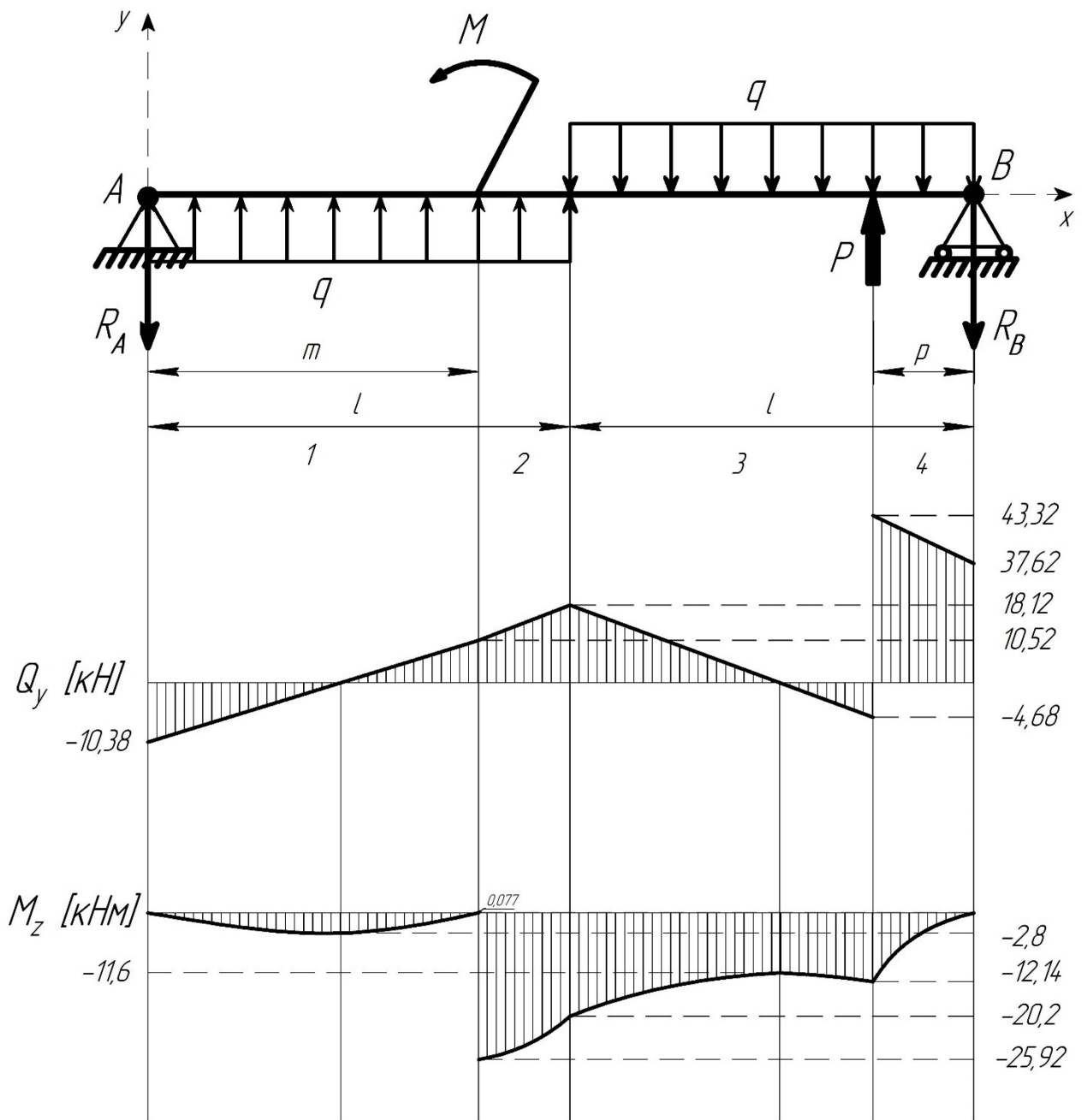
$$M_z(x) = -R_B*(3-x) - \frac{q*(3-x)^2}{2}$$

$$M_z(2,7) = -37,6*(3-2,7) - \frac{19*(3-2,7)^2}{2} \approx -12,14 \text{ кНм}$$

$$M_z(3) = -37,62*(3-3) - \frac{19*(3-3)^2}{2} = 0 \text{ кНм}$$

На основе полученных данных построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов:

Балка 2:



1.3. Для вычисления реакции опор составим уравнения равновесия:

$$\sum m^{(.)A} = 0$$

$$M - q * 0,375 * 0,5 * 0,125 + P * 0,3 - q * 0,5 * 1,25 - R_A * 1,5 = 0$$

$$26 - 19 * 0,375 * 0,5 * 0,125 + 48 * 0,3 - 19 * 0,5 * 1,25 - R_B * 1,5 = 0$$

$$R_B = 18,7198 \text{ кН}$$

$$\sum m^{(.)B} = 0$$

$$M - q * 0,375 * 0,5 * 1,625 + R_A * 1,5 - P * 1,2 + q * 0,5 * 0,25 = 0$$

$$26 - 19 * 0,375 * 0,5 * 1,625 + R_A * 1,5 - 48 * 1,2 + 19 * 0,5 * 0,25 = 0$$

$$R_A = 23,3427 \text{ кН}$$

Проверка $\sum P_y = 0$:

$$-q * 0,375 * 0,5 + R_A - P + R_B + q * 0,5 = -19 * 0,375 * 0,5 + 23,3427 - 48 + 18,7198 + 19 * 0,5 \approx 0 \rightarrow$$

Определим Q и M на каждом участке:

$$1) 0 \leq x \leq 0,375$$

$$Q_y(x) = -0, \frac{5 * q * x^2}{0,375}$$

$$Q_y(0) = -0, \frac{5 * 19 * 0^2}{0,375} = 0 \text{ кН}$$

$$Q_y(0,375) = -0, \frac{5 * 19 * 0,375^2}{0,375} = -3,563 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = M - \frac{q * x^3}{6 * 0,375}$$

$$M_z(0) = 26 - \frac{19 * 0^3}{6 * 0,375} = 26 \text{ кНм}$$

$$M_z(0,375) = 26 - \frac{19 * 0,375^3}{6 * 0,375} = 24,8 \text{ кНм}$$

$$2) 0,375 \leq x \leq 0,675$$

$$Q_y(x) = -R_B - q * 0,5 + P$$

$$Q_y(0,375) = -18,7198 - 19 * 0,5 + 48 = 19,78 \text{ кН}$$

$$Q_y(0,675) = -18,7198 - 19 * 0,5 + 48 = 19,78 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = R_B * (1,875 - x) + q * 0,5 * (1,625 - x) - P * (0,675 - x)$$

$$M_z(0,375) = 18,7198 * (1,875 - 0,375) + 19 * 0,5 * (1,625 - 0,375) - 48 * (0,675 - 0,375) \approx 24,8 \text{ кНм}$$

$$M_z(0,675) = 7,86 * (1,875 - 0,675) + 25 * 0,5 * (1,625 - 0,675) - 60 * (0,675 - 0,675) = 31,5 \text{ кНм}$$

$$3) 0,675 \leq x \leq 1,375$$

$$Q_y(x) = -R_B - q * 0,5$$

$$Q_y(0,675) = -18,7198 - 19 * 0,5 = -28,22 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,375) = -18,7198 - 19 * 0,5 = -28,22 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = R_B * (1,875 - x) + q * 0,5 * (1,625 - x)$$

$$M_z(0,675) = 18,7198 * (1,875 - 0,675) + 19 * 0,5 * (1,625 - 0,675) = 31,5 \text{ кНм}$$

$$M_z(1,375) = 18,7198 * (1,875 - 1,375) + 19 * 0,5 * (1,625 - 1,375) = 11,735 \text{ кНм}$$

$$4) 1,375 \leq x \leq 1,875$$

$$Q_y(x) = -R_B - q * (1,875 - x)$$

$$Q_y(1,375) = -18,7198 - 19 * (1,875 - 1,375) = -28,22 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,875) = -18,7198 - 19 * (1,875 - 1,875) = -18,7198 \text{ кН} \approx -18,2 \text{ кН}$$

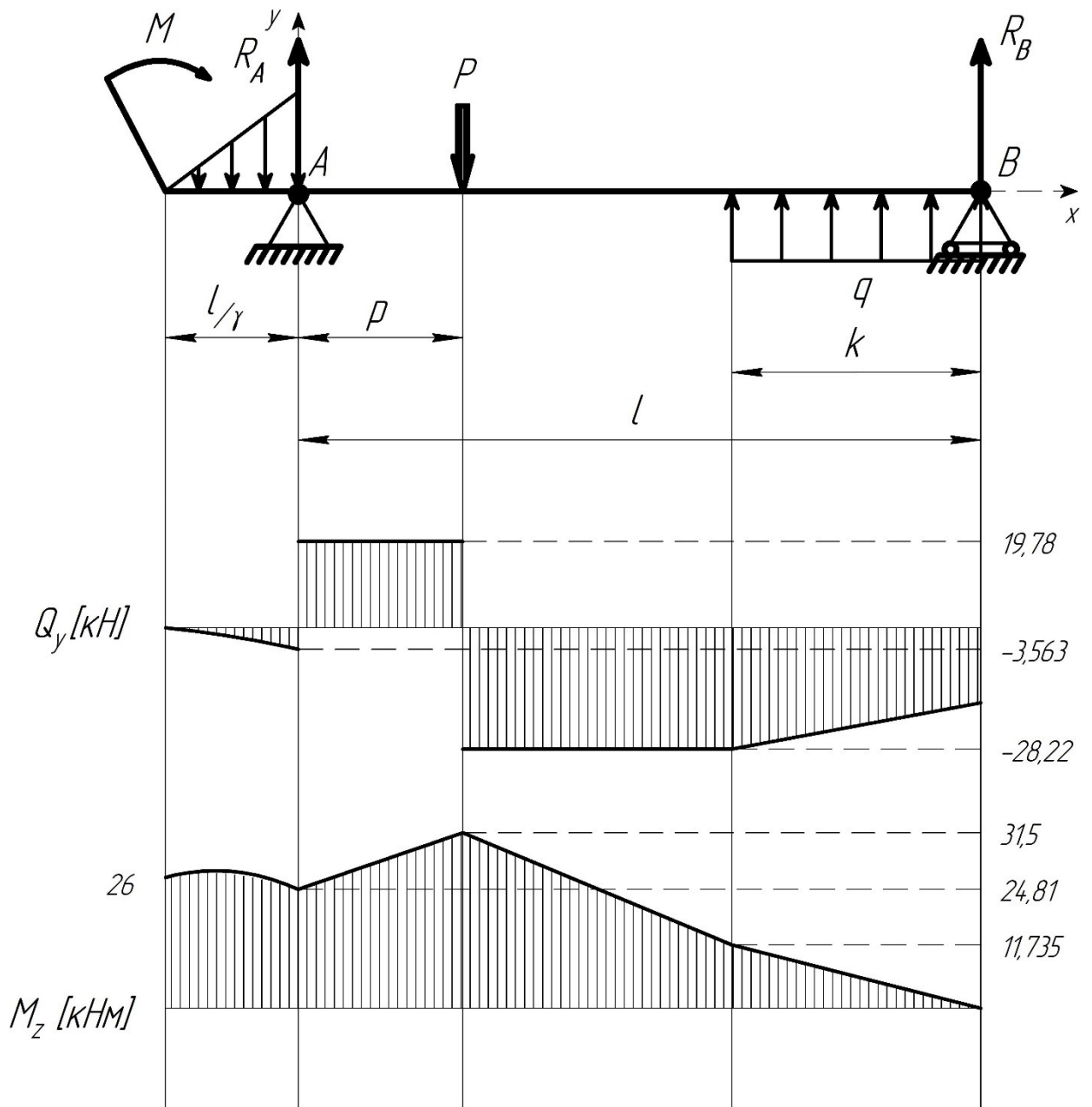
$$M_z(x) = R_B * (1,875 - x) + \frac{q * (1,875 - x)^2}{2}$$

$$M_z(1,375) = 18,7198 * (1,875 - 1,375) + \frac{19 * (1,875 - 1,375)^2}{2} = 11,735 \text{ кНм}$$

$$M_z(1,875) = 18,7198 * (1,875 - 1,875) + \frac{19 * (1,875 - 1,875)^2}{2} = 0 \text{ кНм}$$

На основе полученных данных построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов:

Балка 3:



1.4. Для вычисления реакции опор составим уравнения равновесия:

$$\sum m_{\text{слева}}^{(.)C} = 0$$

$$-R_A * 1,5 + M_A = 0$$

$$M_A = R_A * 1,5;$$

$$\sum m_{\text{слева}}^{(.)B} = 0$$

$$q * 0,5 * 1,25 - R_A * 3 + M_A = 0$$

$$19 * 0,5 * 1,25 - R_A * 3 + R_A * 1,5 = 0$$

$$R_A \approx 2,64 \text{ кН} = \dot{=} M_A = 3,96 \text{ кНм}$$

Определим Q и M на каждом участке:

$$1) 0 \leq x \leq 1,5$$

$$Q_y(x) = -R_A$$

$$Q_y(0) = -2,64 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,5) = -2,64 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = -R_A * x + M_A$$

$$M_z(0) = -2,64 * 0 + 3,96 = 3,96 \text{ кНм}$$

$$M_z(1,5) = -2,64 * 1,5 + 3,96 = 0 \text{ кНм}$$

$$2) 1,5 \leq x \leq 2$$

$$Q_y(x) = -R_A + q * (x - 1,5)$$

$$Q_y(1,5) = -2,64 + 19 * (1,5 - 1,5) = -2,64 \text{ кН}$$

$$Q_y(2) = -2,64 + 19 * (2 - 1,5) = 6,86 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = -R_A * x + M_A + \frac{q * (x - 1,5)^2}{2}$$

$$M_z(1,5) = -2,64 * 1,5 + 3,96 + \frac{19 * (1,5 - 1,5)^2}{2} = 0 \text{ кНм}$$

$$M_z(2) = -2,64 * 2 + 3,96 + \frac{19 * (2 - 1,5)^2}{2} = 1,05 \text{ кНм}$$

Найдем вершину параболы

$$Q_y(x) = 0 \rightarrow -R_A + q * (x - 1,5) = 0$$

$$Q_y(x) = -2.64 + 19x - 37.5 = 0$$

$$x = 2.113 \rightarrow M_z(2.113) \approx 1.95 \text{ кНм}$$

$$3) 2 \leq x \leq 3$$

$$Q_y(x) = -R_A + q * 0.5$$

$$Q_y(2) = -2.64 + 19 * 0.5 = 6.86 \text{ кН}$$

$$Q_y(3) = -2.64 + 19 * 0.5 = 6.86 \text{ кН}$$

$$M_z(x) = -R_A * x + M_A + q * 0.5 * (x - 1.75)$$

$$M_z(2) = -2.64 * 2 + 3.96 + 19 * 0.5 * (2 - 1.75) = 1.05 \text{ кНм}$$

$$M_z(3) = -2.64 * 3 + 3.96 + 19 * 0.5 * (3 - 1.75) = 7.91 \text{ кНм}$$

$$4) 3 \leq x \leq 4.5$$

$$Q_y(x) = -R_A + q * 0.5$$

$$Q_y(3) = -2.64 + 19 * 0.5 = 6.86 \text{ кН}$$

$$Q_y(4.5) = -2.64 + 19 * 0.5 = 6.86 \text{ кН}$$

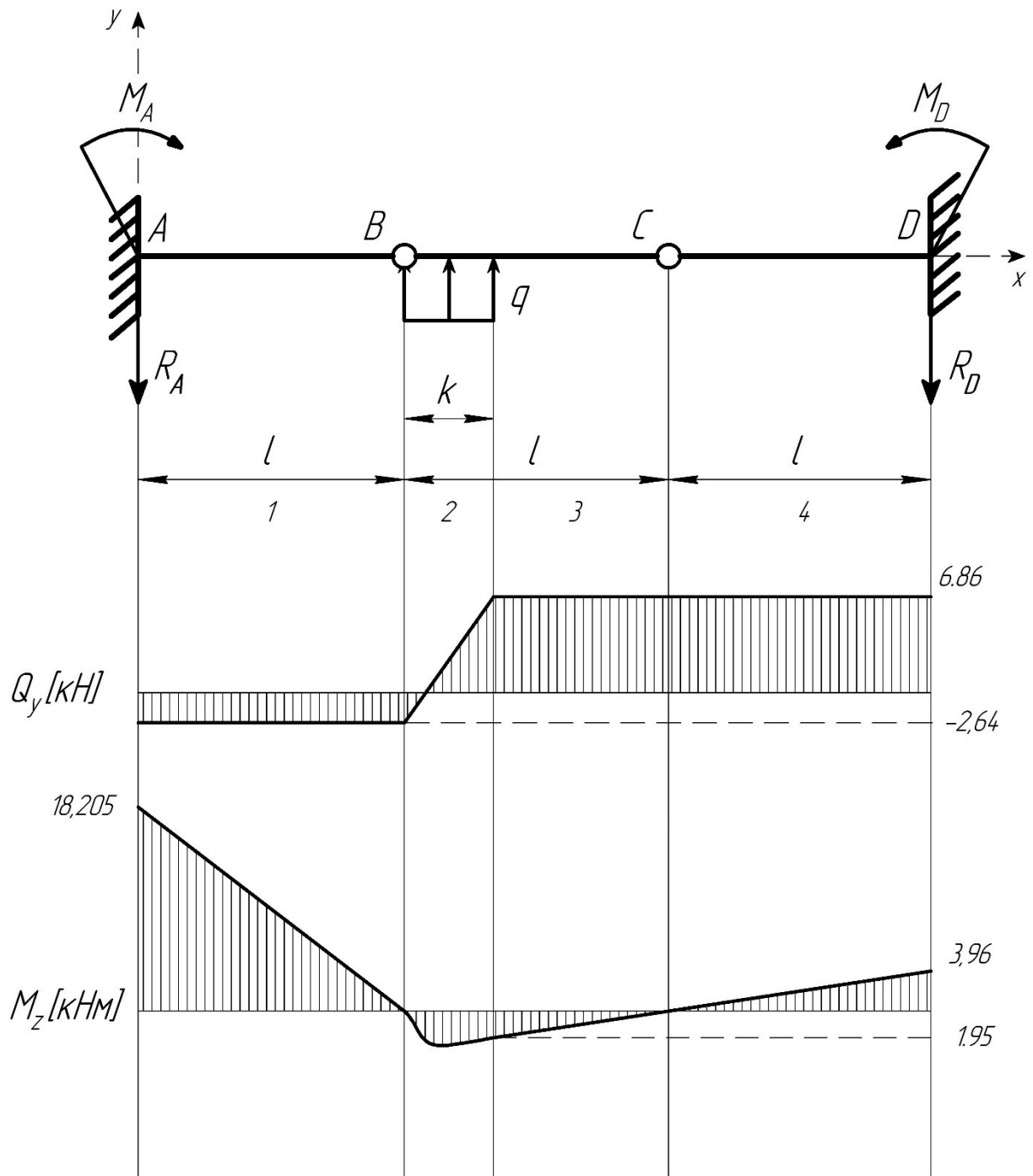
$$M_z(x) = -R_A * x + M_A + q * 0.5 * (x - 1.75)$$

$$M_z(3) = -2.64 * 3 + 3.96 + 19 * 0.5 * (3 - 1.75) = 7.91 \text{ кНм}$$

$$M_z(4.5) = -2.64 * 4.5 + 3.96 + 19 * 0.5 * (4.5 - 1.75) = 18.205 \text{ кНм}$$

На основе полученных данных построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов:

Балка 4:



1.5 Для балки 5 по заданной эпюре изгибающих моментов, используя дифференциальные зависимости между силовыми факторами, строим эпюру поперечных сил и устанавливаем характер и величины нагрузок, приложенных к балке (M, P, q).

$$\alpha q l^2 = 1 * 19 * 1,5^2 = 42,75$$

$$\beta q l^2 = 2 * 19 * 1,5^2 = 85,5$$

Рассмотрим каждый участок:

$$1) 0 \leq x \leq 1,5$$

$$M_z(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$Q_y(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$M_z(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$M_z(1,5) = a \cdot 1,5^2 + b \cdot 1,5 + 0 = -82,5 \Rightarrow a = \frac{-82,5 - b \cdot 1,5}{1,5^2}$$

$$Q_y(0) = 2 \cdot a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$a = \frac{-82,5 - 0 \cdot 1,5}{1,5^2} = -36,6$$

$$M_z(x) = -36,6 \cdot x^2$$

$$Q_y(x) = \frac{dM_z(x)}{dx} = -73,2 \cdot x$$

$$q = \frac{dQ_y(x)}{dx} = -73,2 \frac{H}{m}$$

$$Q_y(0) = -73,2 \cdot 0 = 0 \text{ кН}$$

$$Q_y(1,5) = -73,2 \cdot 1,5 = -110 \text{ кН}$$

$$2) 1,5 \leq x \leq 3$$

$$M_z(x) = -85,5 \text{ кНм} = \text{const} \quad Q_y(x) = 0 \text{ к}$$

$$3) 3 \leq x \leq 4,5$$

$$M_z(x) = \alpha * x + b$$

$$M_z(3) = \alpha * 3 + b = 42,75 \quad b = 42,75 - \alpha * 3$$

$$M_z(4,5) = \alpha * 4,5 + 42,75 - \alpha * 3 = 0$$

$$1,5 * \alpha = -42,75$$

$$\alpha = -28,5$$

$$b = 42,75 + 28,5 * 3 = 213,75$$

$$M_z(x) = -28,5 * x + 213,75$$

$$Q_y(x) = \frac{d M_z(x)}{dx} = -28,5 \text{ кН} = \text{const}$$

Определим величины нагрузок, приложенных к балке (M, P, q), исходя из эпюры:

$$M_D = 213,75 \text{ кНм}$$

$$R_A = 110 \text{ кН}$$

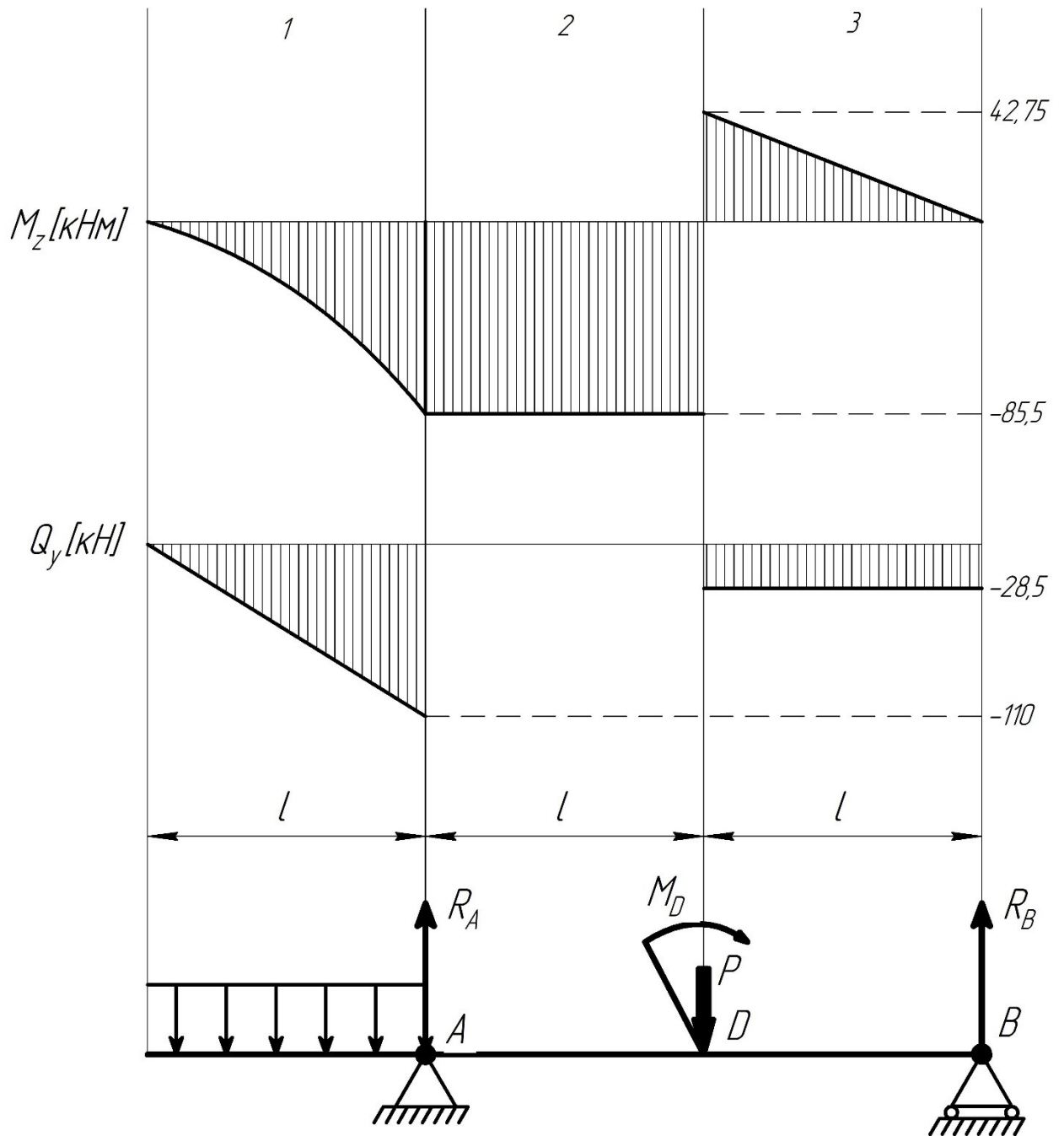
$$R_B = 28,5 \text{ кН}$$

$$P = 28,5 \text{ кН}$$

$$q = 73,3 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

На основе полученных данных построим эпюры поперечных сил и установим характер и величины нагрузок, приложенных к балке:

Балка 5



2.1 Для балка 2 подбираем двутавровое сечение, исходя из условия прочности по допускаемым напряжениям, если $[\sigma]=160 \text{ МПа}$. Строим эпюру распределения нормальных напряжений по высоте сечения, рассчитав σ_{\max} и σ в точке перехода из полки в стенку.

$$M_z^{\max} = 25,92 \text{ кНм}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$$

$$W_z \geq \frac{M_z^{\max}}{[\sigma]}$$

$$W_z \geq \frac{25,92 * 10^3}{160 * 10^6} \geq 0,162 * 10^{-3} \text{ м}^3 = 162 \text{ см}^3$$

Из сортамента прокатной стали в соответствии с ГОСТ 8239.72 выбираем профиль №20 и $W_z = 184 \text{ см}^3$

Дано (из сортамента):

$h = 200 \text{ мм}$ – высота балки

$b = 100 \text{ мм}$ – ширина полки

$d = 5,2 \text{ мм}$ – толщина стенки

$t = 8,4 \text{ мм}$ – средняя толщина полки

$J_z = 1840 \text{ см}^4$ – момент инерции

$S_z = 104 \text{ см}^3$ – статический момент полусечения

$$\sigma = \frac{M_z^{\max}}{J_z} * y$$

Из сортамента:

$$J_z = 1840 \text{ см}^4 = 0,0184 * 10^{-3} \text{ м}^4$$

Считаем σ в точках максимума:

$$\sigma_{\max}^{(.)1} = \frac{M_z^{\max}}{J_z} * y^{(.)1} = \frac{25,92 * 10^3}{0,0184 * 10^{-3}} * 0,1 \approx 140,87 \text{ МПа} = \sigma_{\max}^{(.)7}$$

Считаем σ в точке перехода балки в стенку:

$$\sigma^{(.)2,3} = \frac{M_z^{\max}}{J_z} * y^{(.)2,3} = \frac{25,92 * 10^3}{0,0184 * 10^{-3}} * 0,0916 \approx 129 \text{ МПа} = \sigma^{(.)5,6}$$

$\sigma_{\max} < [\sigma]$ – прочность обеспечена

2.2 Подбранное сечение проверяем на прочность по касательным напряжениям, если $[\tau] = (0,5 - 0,6) * [\sigma]$. Строим эпюру распределения касательных напряжений по высоте сечения, рассчитав τ во всех характерных точках.

$$[\tau] = 0,5 * 160 = 80 \text{ МПа}$$

По формуле Журавского:

$$\tau = \frac{Q_y^{max} * S_z^{omc}}{b * J_z}$$

$$S_z^{omc} = F_{omc} * y_{ц.м.}^{F_{omc}}$$

$$\tau^{(.1)} = \tau^{(.7)} = 0, \text{ так как } S_z^{omc(.1)} = 0$$

$$\tau^{(.2)} = \frac{Q_y^{max} * S_z^{omc(.2)}}{b^{(.2)} * J_z}$$

$$S_z^{omc(.2)} = F_{omc} * y_{ц.м.}^{(.2)}$$

$$S_z^{omc(.2)} = b * t * \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = 0,1 * 0,0084 * \left(\frac{0,2}{2} - \frac{0,0084}{2} \right) = 8 * 10^{-5} \text{ м}^3$$

$$\tau^{(.2)} = \frac{43,32 * 10^3 * 0,00008}{0,1 * 0,0184 * 10^{-3}} = 1,88 \text{ МПа} = \tau^{(.6)}$$

$$\tau^{(.3)} = \frac{Q_y^{max} * S_z^{omc(.3)}}{d * J_z}$$

$$S_z^{omc(.3)} = S_z^{omc(.2)}$$

$$\tau^{(.3)} = \frac{43,32 * 10^3 * 0,00008}{0,0052 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 36,2 \text{ МПа} = \tau^{(.5)}$$

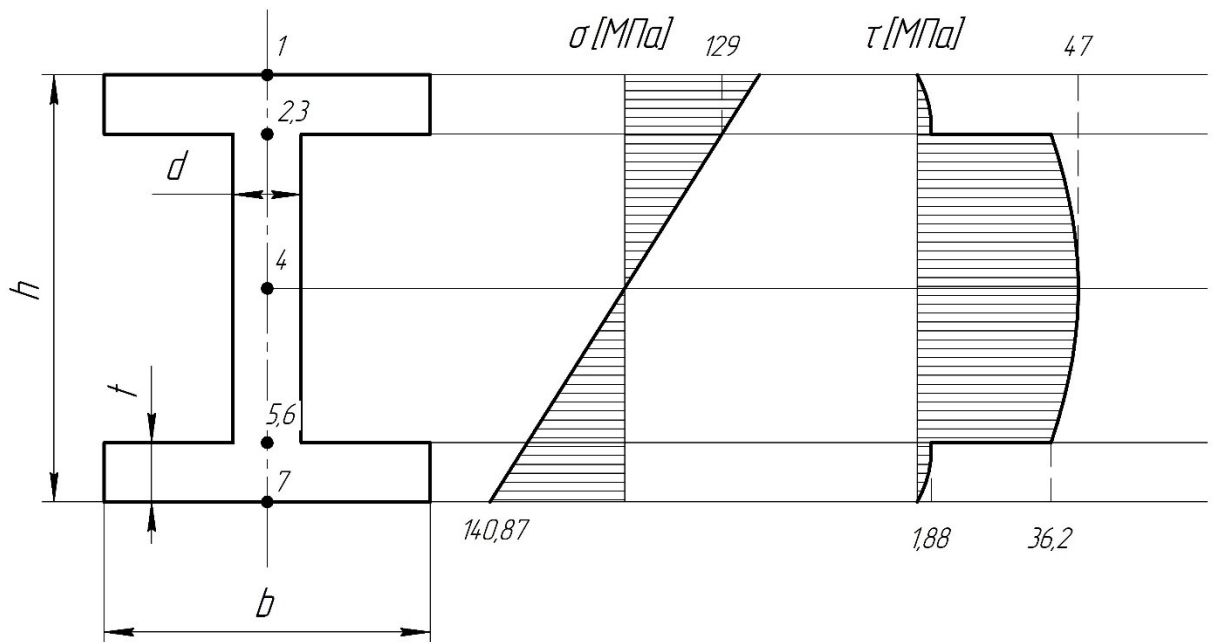
$$\tau^{max} = \tau^{(.4)} = \frac{Q_y^{max} * S_z^{(.4)}}{d * J_z}$$

$$S_z = 104 \text{ см}^3 = 0,000104 \text{ м}^3 - \text{из сортамента}$$

$$\tau^{max} = \frac{43,32 * 10^3 * 0,000104}{0,0052 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 47 \text{ МПа}$$

$\tau^{max} < [\tau]$ – прочность по касательным напряжениям обеспечена

Этюда распределения касательных напряжений по высоте сечения (двутавр):



2.3 Пользуясь соотношением: $\frac{1}{\rho} = \frac{M_{изг}}{E * J_{oc}}$ и учитывая расположение опор, изображаем вид изогнутой оси балки: ($E = 2 * 10^5$ МПа – модуль упругости).

Используя основное уравнение теории изгиба получим кривизну продольной оси балки в соответствующих участках:

$$1 \dot{i} \frac{1}{\rho} = \frac{2,8 * 10^3}{2 * 10^5 * 10^6 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 0,76 \text{ мм}$$

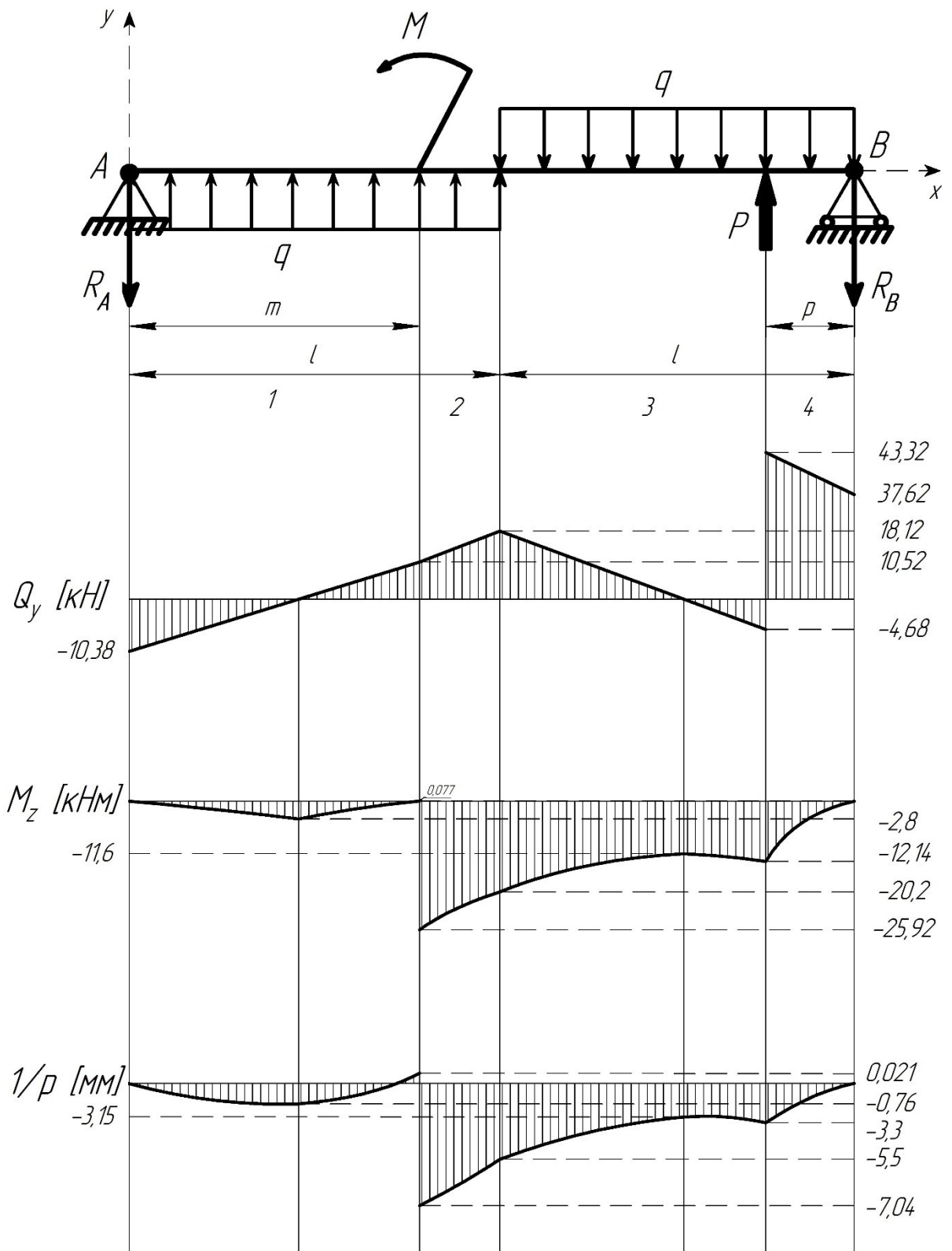
$$2 \dot{i} \frac{1}{\rho} = \frac{0,077 * 10^3}{2 * 10^5 * 10^6 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 0,021 \text{ мм}$$

$$3 \dot{i} \frac{1}{\rho} = \frac{25,92 * 10^3}{2 * 10^5 * 10^6 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 7,04 \text{ мм}$$

$$4 \dot{i} \frac{1}{\rho} = \frac{20,2 * 10^3}{2 * 10^5 * 10^6 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 5,5 \text{ мм}$$

$$5 \dot{i} \frac{1}{\rho} = \frac{11,6 * 10^3}{2 * 10^5 * 10^6 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 3,15 \text{ мм}$$

$$6 \dot{i} \frac{1}{\rho} = \frac{12,14 * 10^3}{2 * 10^5 * 10^6 * 0,0184 * 10^{-3}} \approx 3,3 \text{ мм}$$



3. Для балка 1, изготовленной из хрупкого материала, имеющего различное сопротивление растяжению и сжатию, располагаем наиболее целесообразно сечение, форму и размеры которого мы взяли согласно варианту работы предварительно определив его геометрические характеристики и определяем допускаемое значение интенсивности распределенной нагрузки q , считая, что материал балки имеет:

$$[\sigma_{\text{раст}}] = 90 \text{ МПа}$$

$$[\sigma_{\text{сж}}] = 350 \text{ МПа}$$

На схеме балка 1 принять:

$$P = \frac{ql}{2}, M = \frac{ql^2}{10}$$

Дано:

$$h = 5 \text{ см}$$

$$\alpha = 0,75$$

$$\beta = 0,5$$

$$\gamma = 1,2$$

сечение №8

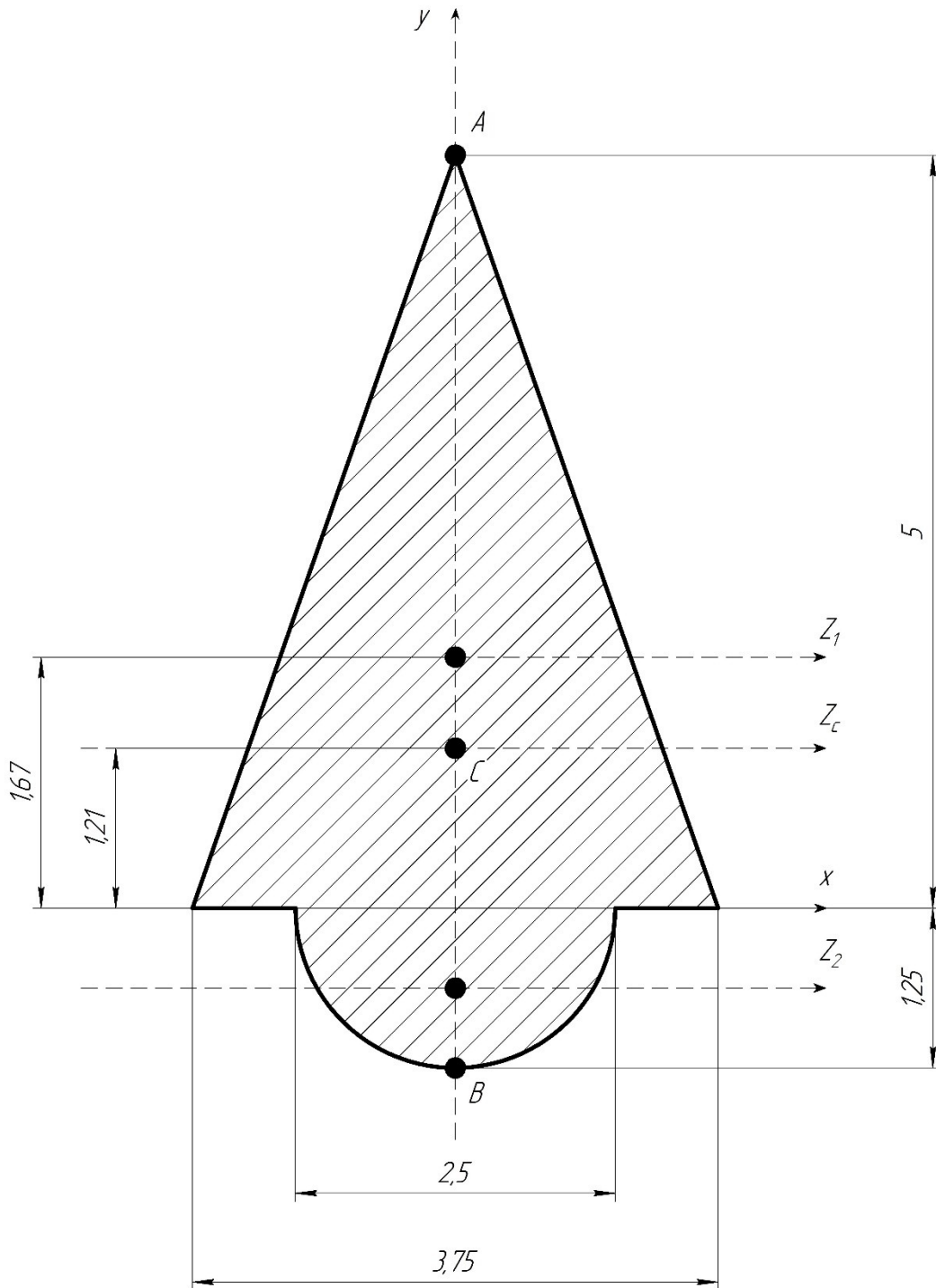
Решение

Определим геометрические характеристики сечения:

$$ah = 0,75 * 5 = 3,75 \text{ см}$$

$$D = \beta h = 0,5 * 5 = 2,5 \text{ см}$$

Подставив данные размеры, сечение приобретёт следующий вид:



$$y_{u.m.} = \frac{\sum F_i * y_i}{\sum F_i} = \frac{F_1 * y_1 - F_2 * y_2}{F_1 + F_2}$$

$$y_{u.m.} = \frac{0,5 * 5 * 3,75 * 1,67 - \pi * 1,25^2 * 0, \frac{5 * 4 * 1,25}{3 * \pi}}{0,5 * 5 * 3,75 + \pi * 1,25^2 * 0,5} = \frac{14,354}{11,829}$$

$$y_{u.m.} \approx 1,21 \text{ cm}$$

$$J_{zc} = \sum J_{z1} + \sum a_i^2 * F_i$$

$$J_{zc} = J_{z1} + a_1^2 * F_1 + J_{z2} + a_2^2 * F_2$$

$$J_{z1} = \frac{bh^3}{36} = \frac{3,75 * 5^3}{36} \approx 13,02 \text{ cm}^4$$

$$J_{z2} = 0,00686 * D^4 = 0,00686 * 2,5^4 \approx 0,27 \text{ cm}^4$$

$$a_1 = \frac{h}{3} - y_{u.m.} = \frac{5}{3} - 1,21 = 0,45(6) \text{ cm}$$

$$a_2 = y_{u.m.} + \frac{4 * r}{3 * \pi} = 1,21 + \frac{4 * 1,25}{3 * \pi} = 1,74 \text{ cm}$$

$$J_{zc} = 13,02 + (0,45(6))^2 * 0,5 * 3,75 * 5 + 0,27 + 1,74^2 * 0,5 * \pi * 1,25^2$$

$$J_{zc} \approx 22,68 \text{ cm}^4$$

$$W_{zc} = \frac{J_{zc}}{|y_{max}|}$$

$$|y_{max}| = h = 5 \text{ cm}$$

$$W_{zc} = \frac{22,68}{5} \approx 4,5 \text{ cm}^3$$

Для вычисления реакции в заделке составим уравнения равновесия.

Заменяем заделку реакциями M_0 , R_x и R_y . Из схемы нагружения видно, что $R_x = 0$, для M и R_y составляем уравнения равновесия и подставляем

$$P = \frac{q \cdot 1,5}{2}, M = \frac{q \cdot 1,5^2}{10}$$

$$\sum P_i = 0$$

$$R_A - P - q \cdot 0,5 = 0$$

$$R_A - \frac{q \cdot 1,5}{2} - q \cdot 0,5 = 0$$

$$R_A = 1,25q \text{ кН}$$

$$\sum M_i = 0$$

$$-M_A + M + q \cdot 0,5 \cdot 1,25 + P \cdot 1,5 = 0$$

$$-M_A + \frac{q \cdot 1,5^2}{10} + q \cdot 0,5 \cdot 1,25 + \frac{q \cdot 1,5}{2} \cdot 1,5 = 0$$

$$M_A = 1,975q \text{ кНм}$$

Проверка $\sum P_y = 0$:

$$-P - q \cdot 0,5 + R_A = \frac{-q \cdot 1,5}{2} - q \cdot 0,5 + 1,25q = 0 \text{ — верно}$$

Определим Q и M на каждом участке:

$$1) 0 \leq x \leq 1$$

$$Q_y(x) = R_A$$

$$Q_y(0) = 1,25q \text{ кН}$$

$$Q_y(1) = 1,25q \text{ кН}$$

$$M_z(x) = R_A \cdot x - M_A$$

$$M_z(0) = -1,975q$$

$$M_z(1) = 1,25q \cdot 1 - 1,975q = -0,725q \text{ кНм}$$

$$2) 1 \leq x \leq 1,1$$

$$Q_y(x) = R_A - q * (x - 1)$$

$$Q_y(1) = 1,25q - q * (1 - 1) = 1,25q \kappa H$$

$$Q_y(1,1) = 1,25q - q * (1,1 - 1) = 1,15q \kappa H$$

$$M_z(x) = -M_A + R_A * x - \frac{q * (x - 1)^2}{2}$$

$$M_z(1) = -1,975q + 1,25q * 1 - \frac{q * (1 - 1)^2}{2} = -0,725q \kappa Hm$$

$$M_z(1,1) = -1,975q + 1,25q * 1,1 - \frac{q * (1,1 - 1)^2}{2} = -0,605q \kappa Hm$$

$$3) 1,1 \leq x \leq 1,5$$

$$Q_y(x) = P + q * (1,5 - x)$$

$$Q_y(1,1) = \frac{q * 1,5}{2} + q * (1,5 - 1,1) = 1,15q \kappa H$$

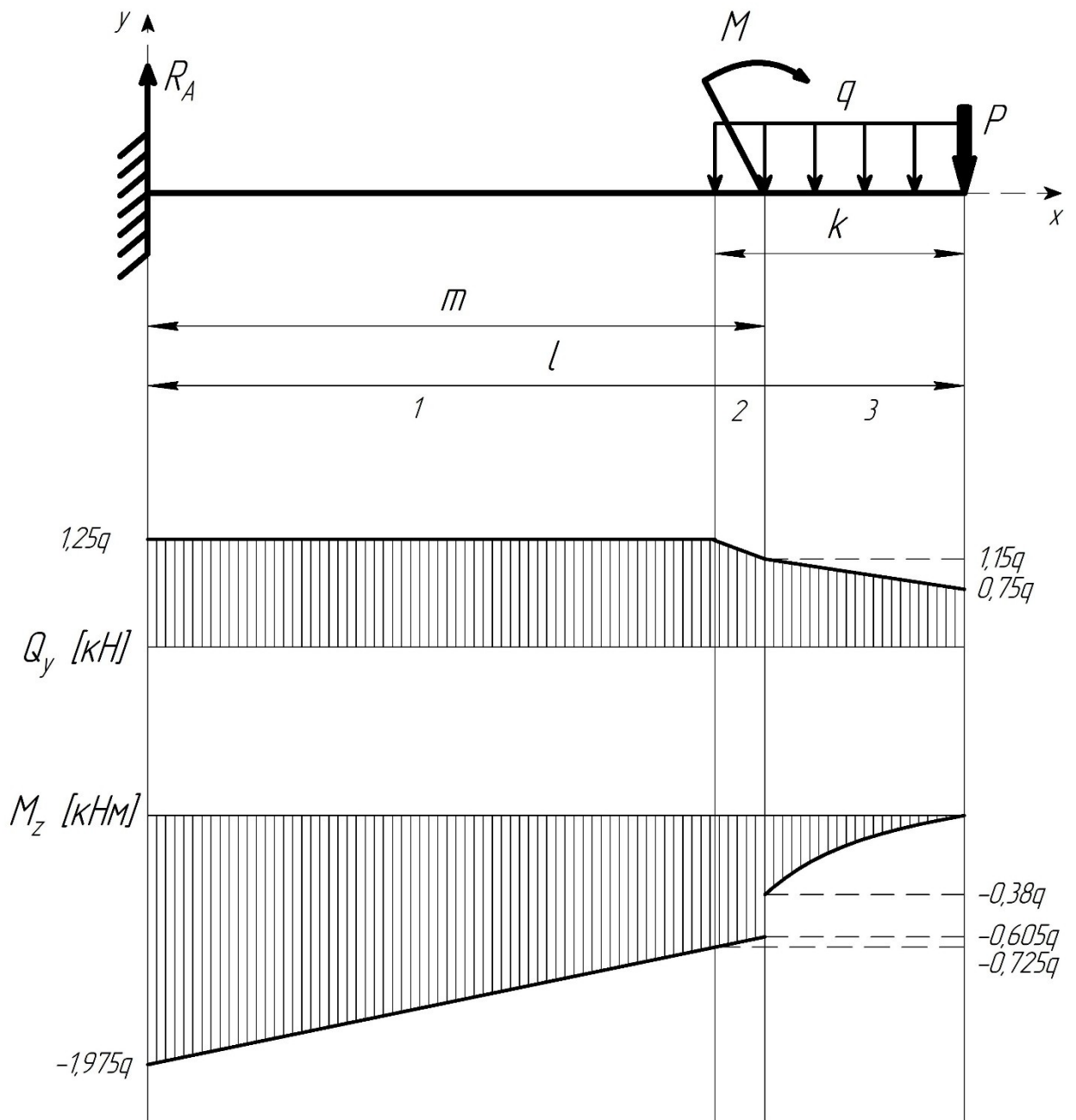
$$Q_y(1,5) = \frac{q * 1,5}{2} + q * (1,5 - 1,5) = 0,75q \kappa H$$

$$M_z(x) = -P * (1,5 - x) - \frac{q * (1,5 - x)^2}{2}$$

$$M_z(1,1) = \frac{-q * 1,5}{2} * (1,5 - 1,1) - \frac{q * (1,5 - 1,1)^2}{2} = -0,38q \kappa Hm$$

$$M_z(1,5) = \frac{-q * 1,5}{2} * (1,5 - 1,5) - \frac{q * (1,5 - 1,5)^2}{2} = 0 \kappa Hm$$

На основе полученных данных построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов:

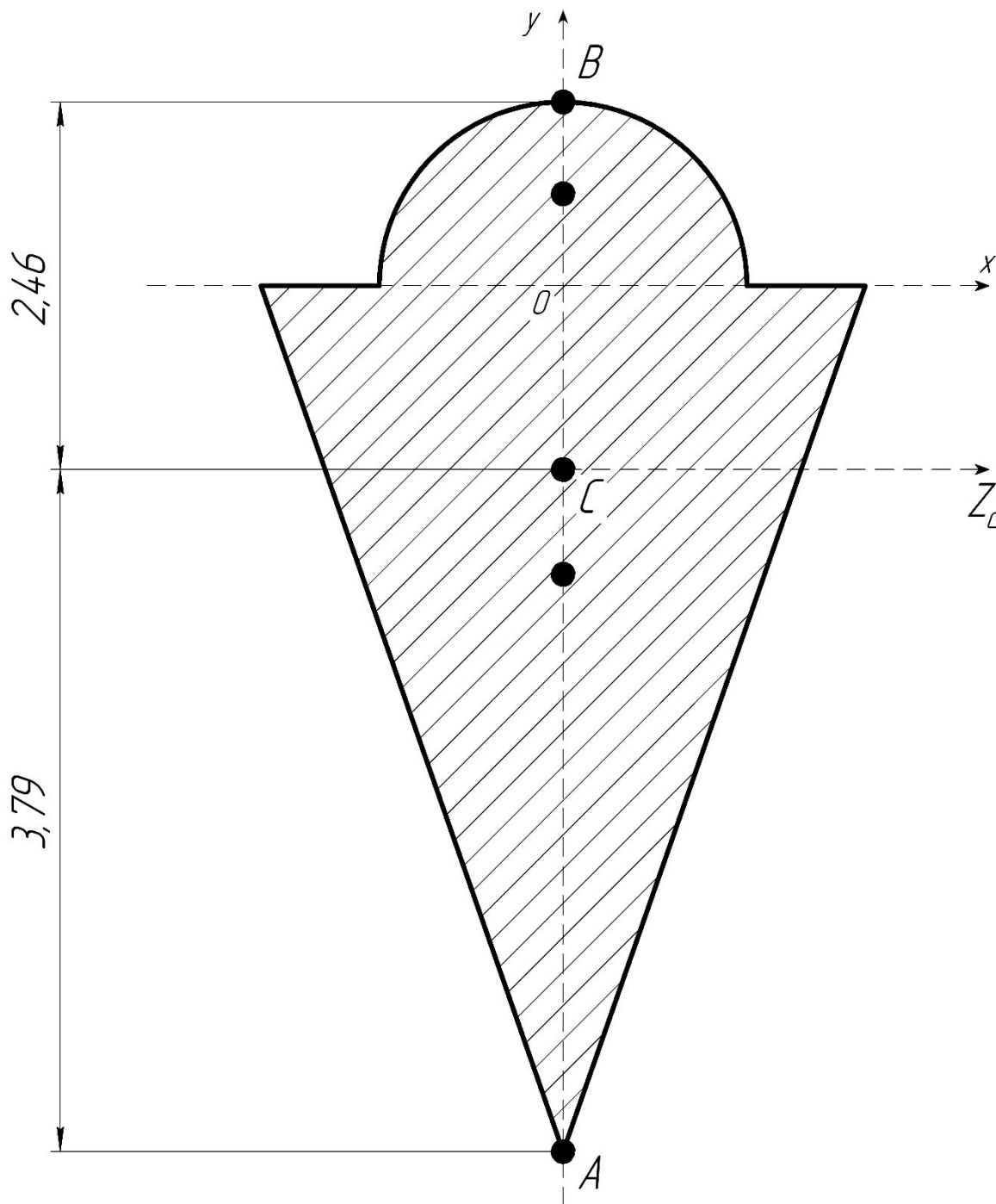


Выбираю наиболее целесообразное расположение сечения:

$$y^{(A)} = 3,79 \text{ см}$$

$$y^{(B)} = 2,46 \text{ см}$$

Самая удаленная точка должна быть в зоне сжатия, а значит целесообразно расположить наше сечение, развернув его на 180°



Определим грузоподъемность:

$$\sigma = \frac{M_z^{max}}{J_{zc}} * y \leq [\sigma]$$

$$[\sigma_{расч}] = 90 \text{ МПа} \text{ и } [\sigma_{сжс}] = 350 \text{ МПа}$$

$$\sigma^{(.)B} = \frac{M_z^{max}}{J_{zc}} * y^{(.)B} \leq [\sigma_{расч.}]$$

$$\sigma^{(.)B} = \frac{1,975 q * 10^3}{22,68 * 10^{-8}} * 0,0246 \leq 90 * 10^6$$

$$q \leq \frac{90 * 10^6 * 22,68 * 10^{-8}}{1,975 * 0,0246 * 10^3}$$

$$q \leq 0,42 \frac{H}{M} = \checkmark q = 0,4 \frac{H}{M}$$

$$\sigma^{(.)A} = \frac{M_z^{max}}{J_{zc}} * y^{(.)A} \leq [\sigma_{сжс.}]$$

$$\sigma^{(.)A} = \frac{1,975 * q * 10^3}{22,68 * 10^{-8}} * 0,0379 \leq 350 * 10^6$$

$$q \leq \frac{350 * 10^6 * 22,68 * 10^{-8}}{1,975 * 0,0379 * 10^3}$$

$$q \leq 1,06 \frac{H}{M} = \checkmark q = 1 \frac{H}{M}$$

Допускаемое значение $q_{min} = 0,4 \frac{H}{M}$

Считаем Р и М:

$$P = \frac{q * 1,5}{2} = \frac{0,4 * 1,5}{2} = 0,3 \text{ Н}$$

$$M = \frac{q * 1,6^2}{10} = \frac{0,4 * 1,5^2}{10} = 0,09 \text{ Нм}$$